

TEORIA DA DECISÃO

INTRODUÇÃO À TEORIA DA DECISÃO

Desde muito cedo que somos confrontados com **problemas de decisão**, ainda que frequentemente os resolvamos sem sequer termos consciência da sua existência enquanto *problemas*. Um **agente de decisão** está perante um problema de decisão quando pode tomar, pelo menos, duas vias de **acção** distintas. Quando um agente de decisão opta por uma determinada via de acção, isto é, quando toma uma **decisão**, tenta obter o melhor **resultado** (que poderá ser um maior lucro, um menor custo, um menor tempo de espera, uma maior tranquilidade ...) possível. É importante notar que, embora o agente de decisão possa escolher o curso de acção a seguir, isto é, qual a **decisão** a tomar, tal, por si só, não determinará um resultado, uma vez que há sempre uma série de **factores incontroláveis** (pelo agente de decisão) que vão afectar o resultado associado à decisão tomada.

É importante ter-se consciência que um mesmo problema de decisão pode levar a tomadas de decisão distintas por parte de agentes de decisão distintos: enquanto alguns agentes de decisão optam pela decisão que 'maximiza' o resultado (por exemplo, o lucro), outros há que, perante a existência dos factores incontroláveis que afectarão o resultado associado à decisão tomada, resolvem seleccionar a decisão que 'minimiza' o chamado **custo de oportunidade**, isto é, o custo que decorre do não conhecimento exacto de como se comportarão os factores incontroláveis. Estes últimos são agentes de decisão que preferem, eventualmente, não optar pela decisão que maximizaria o lucro pelo receio de, perante a incontrolabilidade do 'futuro', se verem perante um muito mau resultado... [Serão políticos ? ... Terão que se acautelar, face a futuras eleições ? ...]

Há ainda situações em que é possível associar aos factores incontroláveis (por vezes designados por estados da natureza) uma distribuição de probabilidade (isto é, embora não saibamos qual vai ser o resultado associado à decisão tomada, já que esse resultado depende dos factores incontroláveis, pelo menos, podemos quantificar a probabilidade de ocorrência desses factores) - diremos estar perante uma **situação de risco**. Se, pelo contrário, não for possível associar uma distribuição de probabilidade aos factores incontroláveis, diremos estar perante uma **situação de incerteza**.

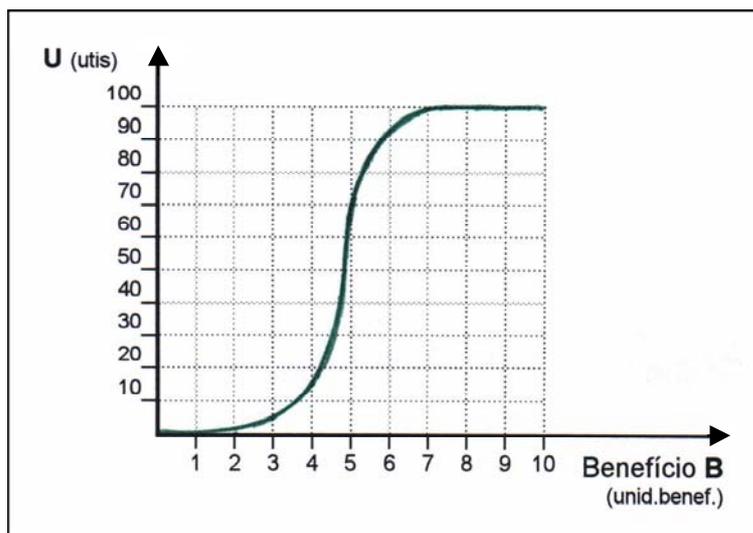
Uma situação com muito interesse na Teoria da Decisão prende-se com a tomada de decisões que estão *encadeadas* umas nas outras, isto é, quando o resultado de uma decisão vai condicionar a decisão seguinte - são as chamadas **decisões sequenciais**.

Finalmente, é importante não nos esquecermos dos problemas em que cada decisão produz resultados que podem ser vistos segundo perspectivas distintas, isto é, segundo diferentes critérios. Assim, uma decisão que seja preferível segundo um critério, poderá não o ser segundo outro ... Trata-se da chamada área da **decisão multicritério**.

Uma última referência a um tópico muito importante: o resultado associado a uma decisão pode, para além do seu "*valor facial*" (por exemplo, lucros traduzidos em u.m.), ter um "*valor subjectivo*", que habitualmente se designa, em termos genéricos, por **utilidade**. Há circunstâncias em que um agente de decisão valora o resultado esperado associado a cada decisão possível não pelo seu "*valor facial*", mas pela satisfação pessoal que esse "*valor facial*" lhe dá, isto é, pela **utilidade**. A noção de Utilidade pode, assim, vir a ser utilizada nos diferentes tipos de problemas de decisão, para exprimir a subjectividade do agente de decisão face aos resultados possíveis associados às diferentes decisões que podem ser tomadas... E, claro está, a tomada de decisão baseada no Lucro não tem, necessariamente, que coincidir com a tomada de decisão baseada na Utilidade (atribuída por um dado agente de decisão) associada a esse Lucro.

A representação gráfica que, para um dado agente de decisão num determinado contexto, relaciona uma determinada grandeza (por exemplo, o lucro) com a correspondente Utilidade é habitualmente designada por **Curva de Utilidade**. Não é nosso objectivo discutir a *construção* de uma dada Curva de Utilidade. No entanto, gostaríamos de referir alguns aspectos básicos associados a uma Curva de Utilidade.

A Utilidade é medida em unidades arbitrárias, que designaremos por **utis**. Se nos referirmos a uma Curva de Utilidade, U, associada a um dado Benefício, B (por exemplo, o Lucro), poder-se-á observar um comportamento crescente, em sentido lato. A título de exemplo, veja-se a figura seguinte:



Esta Curva de Utilidade corresponde a um agente de decisão que sente muito baixa satisfação por benefícios inferiores a 2 unidades de benefício (u.b.), atribuindo a esses valores de Benefício o valor zero de Utilidade.

A partir das 2 u.b. e, até às 5 u.b. a curva apresenta **concavidade voltada para cima**, representando uma grande **propensão ao risco** por parte do agente de decisão em obter esses valores de Benefício - com efeito, o acréscimo de Utilidade quando se passa de 2 u.b. para 3 u.b. é de aproximadamente 5 utis, enquanto que, quando passamos de 3 u.b. para 4 u.b. o correspondente acréscimo de Utilidade já é de 10 utis; e quando se passa de 4 u.b. para 5 u.b. o acréscimo de Utilidade 'salta' para 60 utis ! É claramente muito importante para este agente de decisão poder atingir as 5 u.b. !

A partir das 5 u.b. a curva apresenta **concavidade voltada para baixo**, representando uma **aversão ao risco** por parte do agente de decisão em obter esses valores de benefício - com efeito, o acréscimo de Utilidade quando se passa de 5 u.b. para 6 u.b. 'cái' para aproximadamente 20 utis e, quando passamos de 6 u.b. para 7 u.b., esse acréscimo de Utilidade já nem chega a 5 utis ! Não há dúvida que o agente de decisão não está muito interessado em obter valores de Benefício acima de 5 u.b. ... e, esse interesse é ainda muito menor, quando consideramos valores acima de 6 u.b. .

A partir das 7 u.b. a Curva de Utilidade apresenta-se praticamente 'constante', o que indica o total desinteresse por parte do agente de decisão por valores de Benefício acima de 7 u.b. .

O comportamento exibido pela Curva de Utilidade que se apresentou acima, embora corresponda a um dado agente de decisão em determinado contexto, apresenta um 'comportamento típico' das Curvas de Utilidade (associadas a um Benefício):

- uma zona de baixos valores de Benefício associada a um valor muito baixo de Utilidade;
- uma zona de concavidade voltada para cima indiciando uma grande propensão para o risco por parte do agente de decisão, que tem muito interesse em situar-se nessa gama de valores de Benefício;
- uma zona de concavidade voltada para baixo indiciando alguma aversão ao risco por parte do agente de decisão, que já não está muito interessado em atingir esses valores de Benefício e, finalmente,
- uma zona de valores de Benefício que já não interessam ao agente de decisão, aparecendo a Curva de Utilidade com um 'patamar'.

Claro que uma Curva de Utilidade associada a um 'Prejuízo' terá um comportamento 'inverso' do referido ...

TOMADA DE DECISÃO EM SITUAÇÕES DE INCERTEZA E EM SITUAÇÕES DE RISCO

- Tomada de Decisão em Situações de Incerteza

Os alunos finalistas de um curso superior decidiram angariar fundos para a sua Viagem de Finalistas. Para isso criaram um jogo de sorte (ou será de azar ?), para que os seus colegas da Faculdade pudessem ajudá-los financeiramente enquanto jogavam ...

O jogo consistia no seguinte:

Um jogador deve começar por escolher um "plano de contribuição" (**A** ou **B**). Em seguida, o jogador deve rodar vigorosamente uma esfera de vidro que contém muitas bolinhas brancas, algumas (poucas) bolinhas negras e muito poucas bolinhas vermelhas. Depois de parar o movimento de rotação, é extraída automática e aleatoriamente uma bolinha. Em função do "plano de contribuição" escolhido inicialmente e da cor correspondente à bolinha extraída o jogador terá de pagar a sua contribuição para a viagem de finalistas, podendo, no entanto, receber um prémio.

Se tiver sido seleccionado o "plano de contribuição" **A** e se a cor da bolinha extraída for branca, o jogador deve contribuir com 2.000 u.m. para a viagem de finalistas. Se a cor observada for negra, o jogador deve contribuir com 500 u.m. para a viagem de finalistas. Se a cor observada for vermelha, o jogador receberá um prémio de 10.000 u.m. .

Se tiver sido seleccionado o "plano de contribuição" **B** e se a cor da bolinha extraída for branca, o jogador deve contribuir com 500 u.m. para a viagem de finalistas. Se a cor observada for negra, o jogador recebe um prémio de 500 u.m. . Se a cor observada for vermelha, o jogador receberá um prémio de 5.000 u.m. .

O Luís e a Ana, dois estudantes 'caloiros', discutiam entre si este jogo de sorte:

- "Se queres jogar, joga !", dizia o Luís, "Mas, não demores duas horas a **tomar uma decisão** ! É só A ou B ! ... Olha, eu vou dar o exemplo, vou jogar e quero o plano A !".

O Luís rodou vigorosamente a esfera e ... saiu-lhe uma bolinha branca.

- "Paciência !", disse o Luís, pagando 2.000 u.m. ao colega da Comissão de Finalistas.

- "Viste !", exclamou a Ana, "Eu quero o plano B !"

A Ana rodou energicamente a esfera e ... saiu-lhe uma bolinha negra.

- "Parabéns !", disse-lhe o colega da Comissão de Finalistas, pagando-lhe 500 u.m. .

- "Viste !", disse a Ana toda inchada de satisfação, "tomei a melhor decisão !"

- "Ai sim ?", perguntou, sorridente, o Luís, que acrescentou, "Pois eu acho que não ! O plano A é a melhor opção ! Não vês que é a decisão que corresponde ao **maior valor de prémio** ?"

- " Não vês que o plano B é o que dá **menor prejuízo** ?", respondeu a Ana, muito rapidamente.

- "Oh Ana ! Só pensas em prejuízos ! És tão **pessimista** !", respondeu-lhe o Luís.

- "E tu, Luís, és um **optimista** inveterado !", disse-lhe a Ana. "Escolheres o plano A porque te dá o maior prémio ... E viste o que te aconteceu...", acrescentou.

- "Desculpem meter-me na vossa conversa !", disse o colega da Comissão de Finalistas, que continuou, "Vocês os dois têm razão ... Escolher A ou B é função do **grau de optimismo** de cada um de vocês ... Ora parece óbvio que o Luís é mais optimista do que a Ana ... Quando estudarem Teoria da Decisão, vão perceber isto ... "

* * * * *

Vejamos o que o 'veterano' da Comissão de Finalistas, queria dizer ... Começemos por representar num Quadro, o **valor do prémio (em u.m.)** associado a cada **Decisão (D)** e a cada **estado da natureza (θ)** não controlável pelo agente de decisão:

θ :	θ_1 :	θ_2 :	θ_3 :
Decisão:	Branco	Negro	Vermelho
A	- 2.000	- 500	+ 10.000
B	- 500	+ 500	+ 5.000

O Jogo descrito corresponde a uma **Situação de Incerteza**, já que, sendo desconhecido o número de bolinhas de cada cor dentro da esfera, não é possível associar uma probabilidade de ocorrência a cada estado da natureza.

Um possível critério de decisão numa Situação de Incerteza é o **Critério Optimista**, personificado pelo Luís no nosso problema: relativamente a cada decisão determinamos o valor máximo de benefício associado e, em seguida, selecciona-se a decisão correspondente ao maior desses valores (daí que este critério também seja conhecido como **Maxi-Maxi**).

θ :	θ_1 :	θ_2 :	θ_3 :	Critério Optimista
Decisão:	Branco	Negro	Vermelho	
A	- 2.000	- 500	+ 10.000	+ 10.000
B	- 500	+ 500	+ 5.000	+ 5.000

Conclusão: **Um agente de decisão optimista optaria pelo plano A, aspirando a ganhar 10.000 u.m. !**

O reverso deste critério de decisão é o **Critério Pessimista**, personificado pela Ana no nosso problema: relativamente a cada decisão determinamos o valor mínimo de

benefício associado e, em seguida, selecciona-se a decisão correspondente ao maior desses valores (daí que este critério também seja conhecido como **Mini-Max**).

θ :	θ_1 :	θ_2 :	θ_3 :	Critério Optimista
Decisão:	Branco	Negro	Vermelho	
A	- 2.000	- 500	+ 10.000	- 2.000
B	- 500	+ 500	+ 5.000	- 500

Conclusão: **Um agente de decisão pessimista optaria pelo plano B, certo de que não perderia mais do que 500 u.m. !**

[De notar que o agente de decisão pessimista selecciona a decisão com o maior valor de benefício mínimo e **não** a decisão com o menor valor de benefício mínimo ! Isso não seria pessimismo, mas sim masoquismo ...]

Desde já se pode fazer uma pergunta: "E o leitor ? Que decisão tomaria ?"

Não há dúvida que um agente de decisão absolutamente optimista deve optar por A e que, por outro lado, um agente de decisão absolutamente pessimista deve optar por B ... Mas, um agente de decisão pode não ser completamente optimista ou completamente pessimista ...

Para abordarmos este problema, introduziremos o **Critério de Savage**, que permite tomar uma decisão, em função do **grau de optimismo**, α , do agente de decisão. α tomará valores entre 0 e 1: um agente de decisão absolutamente pessimista terá α igual a 0 e um agente de decisão absolutamente optimista terá α igual a 1. Aproveitemos o problema que temos vindo a tratar, para introduzir o Critério de Savage no Quadro que relaciona os **valores do prémio (em u.m.)** associados a cada **Decisão (D)** e a cada **estado de natureza (θ)** :

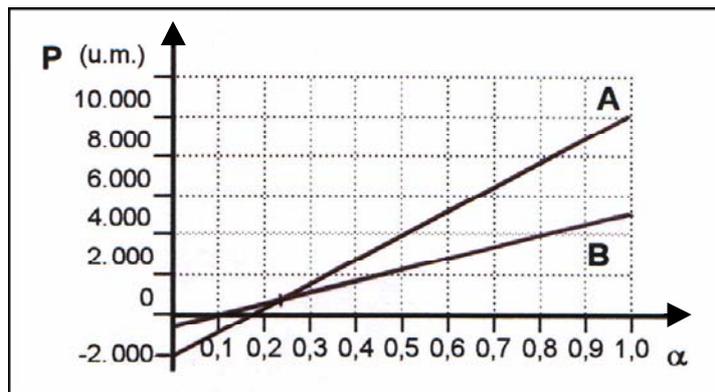
θ	θ_1 :	θ_2 :	θ_3 :	Critério		
				Pessim.	Optim.	de Savage
Dec.	B	N	V			
A	- 2.000	- 500	+ 10.000	- 2.000	+ 10.000	$P = \alpha \cdot (+ 10.000) + (1 - \alpha) \cdot (- 2.000)$
B	- 500	+ 500	+ 5.000	- 500	+ 5.000	$P = \alpha \cdot (+ 5.000) + (1 - \alpha) \cdot (- 500)$

Genericamente, de acordo com o Critério de Savage o benefício associado a uma decisão será dado por uma ponderação dos benefícios correspondentes aos Critérios Optimista e Pessimista, sendo os respectivos coeficientes de ponderação α (o grau de optimismo do agente de decisão) e $(1 - \alpha)$.

Relativamente ao problema que temos vindo a apresentar, ter-se-ia:

Decisão	Critério de Savage
A	$P = 12.000 \cdot \alpha - 2.000$
B	$P = 5.500 \cdot \alpha - 500$

Em termos gráficos, ter-se-ia:



Poderemos determinar o grau de optimismo correspondente ao agente de decisão para o qual é **indiferente optar por A ou por B**:

$$12.000 \cdot \alpha_{\text{ind.A/B}} - 2.000 = 5.500 \cdot \alpha_{\text{ind.A/B}} - 500 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \alpha_{\text{ind.A/B}} = 1.500 / 6.500 \approx 0,23$$

Conclusão: Um agente com um grau de optimismo inferior a $\alpha_{\text{ind.A/B}}$ (isto é, com grau de optimismo inferior a 0,23... ou seja, só um agente claramente pessimista !) deveria optar pelo plano correspondente ao Critério Pessimista (plano B); caso contrário (isto é, para a maioria dos agentes de decisão), recomendar-se-ia a opção pelo plano A.

Acabámos de exemplificar a tomada de decisão em Situação de Incerteza, tendo aplicado os Critérios Pessimista, Optimista e de Savage. A aplicação dos critérios referidos foi feita a partir dos valores de prémio (em u.m.) correspondentes aos "planos de contribuição" A e B. [De notar que se a aplicação dos critérios fosse feita a partir de valores de Custos (ou, em geral, Prejuízos) o raciocínio a seguir seria idêntico mas 'invertido', isto é, por exemplo, para o Critério Optimista, a cada decisão far-se-ia corresponder o valor mínimo de custo e, em seguida, seleccionar-se-ia a decisão correspondente ao menor desses valores mínimos; para o Critério Pessimista far-se-ia corresponder a cada decisão o maior valor de custo e, em seguida, seleccionar-se-ia a decisão correspondente ao menor desses valores máximos.]

Poder-se-ia ter aplicado os critérios a partir de valores de **Custos de Oportunidade**, $C_{op.}$, que traduzem o 'custo' devido ao desconhecimento do estado da natureza que vai ocorrer. **De notar que a decisão recomendável a partir da análise de Custos de Oportunidade não tem de coincidir com a decisão recomendável a partir da análise de valores da grandeza a partir dos quais se calcularam os Custos de Oportunidade !** Relativamente ao exemplo que apresentámos, se soubéssemos de antemão que iria ocorrer o estado θ_1 , a melhor decisão a tomar seria B, correspondendo ao valor de 'prémio' - 500. Assim, se tivéssemos tomado essa decisão (embora desconhecendo qual o estado da natureza que iria ocorrer) não incorreríamos em qualquer custo de oportunidade; pelo contrário, se tivéssemos tomado a decisão A, estaríamos a incorrer num custo de oportunidade de 1.500 u.m. (- 500 - (- 2.000) = 1.500).

θ	$\theta_1 :$	$\theta_2 :$	$\theta_3 :$
Dec.	B	N	V
A	- 2.000	- 500	+ 10.000
B	- 500	+ 500	+ 5.000

→

θ	$\theta_1 :$	$\theta_2 :$	$\theta_3 :$
Dec.	B	N	V
A	1.500	1.000	0
B	0	0	5.000

Prémio (em u.m.)

Custo de Oportunidade (em u.m.)

De notar que, a forma como se determina a matriz de custos de oportunidade garante-nos que: 1) eles são sempre não negativos; 2) em cada coluna da matriz (cada coluna corresponde a um estado da natureza) haverá, pelo menos, um zero e 3) os custos de oportunidade associados a uma dada decisão (uma linha da matriz) poderão ser todos estritamente positivos (no entanto, pode haver um, ou até mais do que um zero numa linha da matriz de custos de oportunidade).

θ	$\theta_1 :$	$\theta_2 :$	$\theta_3 :$	Critério		
				Pessim.	Optim.	de Savage
Dec.	B	N	V			
A	1.500	1.000	0	1.500	0	$Cop. = \alpha \cdot 0 + (1 - \alpha) \cdot (1.500)$
B	0	0	5.000	5.000	0	$Cop. = \alpha \cdot 0 + (1 - \alpha) \cdot (5.000)$

É interessante recordarmo-nos que o Critério Pessimista aplicado aos valores dos 'prémios' levava-nos a tomar a decisão B ... Agora, quando aplicado aos valores de custos de oportunidade, o mesmo critério levava-nos a tomar a decisão A ! O Critério Optimista aplicado aos valores dos 'prémios' levava-nos a tomar a decisão A ... Agora, o mesmo critério, relativamente aos valores de custos de oportunidade, indica-nos ser indiferente a tomada da decisão A ou B ! De notar que, baseando-nos nos valores de custos de oportunidade, poderemos afirmar que, para o problema que temos vindo a abordar, a generalidade dos agentes de decisão deveria optar por A (exceptuando o 'absolutamente optimista', para quem seria indiferente A ou B). [Observe-se que o segmento de recta correspondente a $Cop.A = \alpha \cdot 0 + (1 - \alpha) \cdot (1.500)$, $0 \leq \alpha \leq 1$ está sempre "abaixo" do segmento de recta correspondente a $Cop.B = \alpha \cdot 0 + (1 - \alpha) \cdot (5.000)$, $0 \leq \alpha \leq 1$, apenas coincidindo quando $\alpha = 1$!]

Um agente de decisão que decide em função do Custo de Oportunidade está, em geral, particularmente preocupado em minimizar hipotéticas perdas devidas ao desconhecimento do estado da natureza que vai ocorrer do que em maximizar lucros ...

- Tomada de Decisão em Situações de Risco

Imaginemos que, relativamente ao jogo de sorte apresentado, se conhecia o número de bolinhas de cada cor que se encontram dentro da esfera...

Assuma que se mantém o enunciado anterior, mas que adicionalmente se sabe que no interior da esfera de vidro estão

65 bolinhas brancas, 30 bolinhas negras e 5 bolinhas vermelhas.

Qual a importância da informação sobre o número de bolinhas de cada cor, que passamos a conhecer ?

O jogo, que na sua versão inicial correspondia a uma Situação de Incerteza (já que não era possível associar uma probabilidade de ocorrência a cada estado da natureza), passa agora a corresponder a uma **Situação de Risco**, uma vez que agora é possível associar uma probabilidade de ocorrência a cada estado da natureza.

Numa Situação de Risco, torna-se óbvio o **critério** a seguir para a determinação da decisão a tomar: determina-se o **valor esperado** de benefício (prejuízo) associado a cada decisão e escolhe-se a decisão correspondente ao maior (menor) valor esperado de benefício (prejuízo).

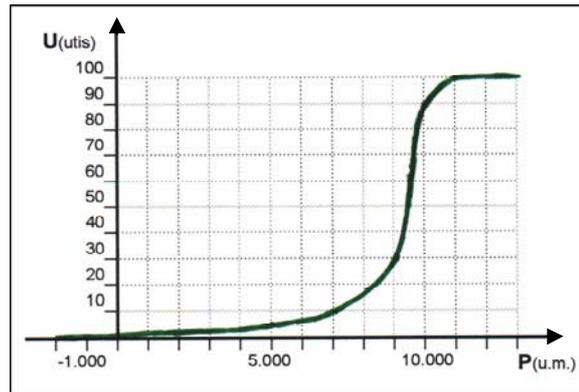
Consideremos o Quadro com os **valores do prémio (em u.m.)** associado a cada **Decisão (D)** e a cada **estado da natureza (θ)** não controlável pelo agente de decisão:

Dec	θ	$P(\theta_1) = 0,65$	$P(\theta_2) = 0,30$	$P(\theta_3) = 0,05$	Valor esperado de Prémio $E [P]$ (u.m.)
		θ_1 : Branco	θ_2 : Negro	θ_3 : Vermelho	
A		- 2.000	- 500	+ 10.000	$(-2.000).0,65+(-500).0,30+$ $+10.000.0,05 = - 950$
B		- 500	+ 500	+ 5.000	$(-500).0,65+500.0,30+$ $+5.000.0,05 = + 75$

Conclusão: **Recomenda-se o plano B que corresponde ao maior valor esperado de Prémio (75 u.m.).**

Pode perguntar-se se faríamos esta recomendação a qualquer agente de decisão. Se nada mais conhecêssemos do agente de decisão, não deveríamos alterar a recomendação referida. Se, no entanto, dispuséssemos de algum conhecimento sobre o agente de decisão, nomeadamente se conhecêssemos a sua **Curva de Utilidade**, poderíamos **maximizar o valor esperado de utilidade** (em vez do valor esperado de prémio), incorporando assim alguma informação sobre a **subjectividade** do agente de decisão.

Imaginemos que para o António (um estudante que está a pensar em jogar o jogo de sorte apresentado) é muito, muito importante obter 10.000 u.m. ! Observemos a Curva de Utilidade que corresponde à satisfação que o António atribui aos vários resultados possíveis do jogo, que se esboça de seguida:



Como se pode observar é muito baixa a satisfação que o António dá a prémios abaixo de 7.000 u.m. (atribui-lhe menos de 10 utis). Prémios entre 7.000 u.m. e 9.000 u.m. são ainda relativamente pouco atractivos para o António (valores de Utilidade entre 10 utis e 30 utis). Prémios acima de 9.000 u.m. fazem *vibrar* o António [Já falta pouco para atingir as ambicionadas 10.000 u.m. ...]. A um prémio de 10.000 u.m. o António já atribui 90 utis ! [Objectivo atingido !]. De notar que, a partir desse valor, os prémios já não trazem grande acréscimo de satisfação ao António (os valores atribuídos de Utilidade sobem de 90 utis até 100 utis quando o prémio atinge as 11.000 u.m.) [Pelos vistos o António não se importava de ganhar um pouquinho mais do que as 10.000 u.m. ...].

Depois de termos analisado a Curva de Utilidade do António, não custa determinar qual o "plano de contribuição" recomendável. Determinemos, então, qual a melhor decisão que o António deve tomar. Começemos por converter os valores do prémio (em u.m.) nos correspondentes **valores de Utilidade (em utis)** associada a cada **Decisão (D)** e a cada **estado da natureza (θ)** não controlável pelo agente de decisão:

Dec	θ	$P(\theta_1) = 0,65$	$P(\theta_2) = 0,30$	$P(\theta_3) = 0,05$	Val. Esp. de Utilidade $E [P]$ (u.m.)
		θ_1 : Branco	θ_2 : Negro	θ_3 : Vermelho	
A		0	0	90	$0 \cdot 0,65 + 0 \cdot 0,30 + 90 \cdot 0,05 = 4,50$
B		0	0,1	5	$0 \cdot 0,65 + 0,1 \cdot 0,30 + 5 \cdot 0,05 = 0,28$

Conclusão: **Como já parecia óbvio, o António opta pelo plano A que corresponde ao maior valor esperado de Utilidade (4,5 utis).**

Acabámos de verificar que a tomada de decisão baseada em valores de Prémio não tem necessariamente que coincidir com a tomada de decisão baseada em valores de Utilidade associada ao Prémio. Com efeito, enquanto a tomada de decisão baseada em valores de Prémio tem uma perspectiva "neutra", isto é, independente das peculiaridades de um determinado agente de decisão, quando nos baseamos na Utilidade, estamos a considerar a subjectividade correspondente a um dado agente de decisão.

Poderemos ainda interrogar-nos sobre a decisão a recomendar ao António, se desconhecêssemos o número de bolinhas de cada cor dentro da esfera de vidro, isto é em situação de incerteza. Poderíamos utilizar a Curva de Utilidade para converter valores de Prémio em valores de Utilidade ? A resposta é afirmativa ... mas, nessa situação a utilização dos Critérios apresentados anteriormente (Pessimista, Optimista e de Savage) não seria 'muito linear' ... Com efeito, quando se utiliza a Curva de Utilidade que *reflecte* a subjectividade do António, não faz muito sentido que, em seguida, se utilize um critério associado a um agente de decisão *abstracto* ... Poderíamos tentar quantificar o 'grau de optimismo' do António e, em seguida, aplicar o Critério de Savage.